

LA THEORIE DES ENSEMBLES

I- Généralité :

Division des **mathématiques** qui étudie, par des procédés exacts, le contenu d'une **catégorie** essentielle de la **philosophie**, de la **logique** et des mathématiques, celle de l'**infini (infini et fini)**. Cette théorie fut dégagée par **G. Cantor**. Elle a pour objet l'étude des propriétés des **ensembles (collections, classes, etc.)**, essentiellement des ensembles infinis.

L'établissement de différents « **ordres** » de l'infinitude est fondamental dans la théorie des ensembles.

La théorie classique des ensembles repose sur la reconnaissance de la possibilité d'appliquer aux ensembles infinis les principes de la logique, absolument vrais dans le domaine du fini. Cependant, le développement de la théorie des ensembles a fait apparaître, dès la fin du **XIXe siècle**, des difficultés, notamment des paradoxes, provenant de l'application des lois de la **logique formelle**, notamment du principe du **tiers exclu**, aux ensembles infinis.

Dans le cadre de la **polémique** soulevée à ce propos furent posés des problèmes gnoséologiques cardinaux du savoir mathématique, portant sur la nature des **concepts mathématiques**, leur rapport au monde réel, le contenu concret de la notion d'existence en mathématique, etc.

Au cours de cette polémique se sont formés, dans la **philosophie des mathématiques**, des courants tels que le **formalisme**, l'**intuitionnisme**, le **logicisme**.

Il convient de mentionner tout particulièrement le courant constructif des mathématiques soviétiques. Les **méthodes** de la théorie des ensembles sont largement appliquées dans tous les domaines des mathématiques modernes ; elles ont une valeur fondamentale pour la solution de problèmes relatifs à l'argumentation des mathématiques, notamment pour la forme moderne de la **méthode axiomatique**.

Toutes les questions ayant trait à l'argumentation mathématique par des moyens logiques se ramènent à celles de l'argumentation de la théorie des ensembles. Toutefois, l'argumentation de la théorie des ensembles elle-même comporte des difficultés qui ne sont pas encore surmontées de nos jours.